

Lineær Algebra i Planen

Forfatter	<i>Mads Friis Frand-Madsen, TalentCampDK</i>
Tilsigtede viden	<i>Målet er, at eleverne får en intuitiv (og formel) forståelse for lineær uafhængighed og sammenhænge mellem ligningsløsning, lineær afhængighed og determinanten.</i>
Bredere kompetencemål	<i>Det bredere faglige formål er at opnå en dybere forståelse af lineær afhængighed. Det bredere metodiske formål er at styrke elevernes evne til at formulere præcise iagttagelser, argumentere med udgangspunkt i konkrete og eventuelt abstrakte beskrivelser.</i>
Nødvendige matematiske forudsætninger	<i>Eleverne har kendskab til begreber som vektorer og ligninger, herunder afstande mellem punkter i 2d, vinkel mellem vektorer og determinanten. Desuden er kendskab til krydsproduktet af to vektorer i 3d ønskværdigt.</i>
Niveau	<i>3.g</i>
Tid	<i>2 lektioner (45 min)</i>
Materialer til rådighed	<i>Skitse af 2-dimensionale koordinatsystemer med udvalgte par af vektorer. 2 videoer.</i>
Problemstilling: <i>Eleverne præsenteres for adskillige sæt af vektorer i planen, og vi undersøger kvantitativt i hvor høj grad to vektorer er lineært uafhængige. Hermed menes, at vi <u>beskriver</u>, i hvor høj grad to vektorer er lineært uafhængige uden henvisning til den formelle definition af lineær uafhængighed.</i>	

Fase	Lærerens handlinger inklusiv instruktioner	Elevernes handlinger og reaktioner	Observationer fra implementeringen
Devolution (didaktisk) <i>5 minutter</i>	Eleverne inddeles i grupper, hvor de sammen afspiller den første video.	Eleverne lytter og diskuterer eventuelle uklarheder i videoen. Såfremt de ikke lykkes med at redegøre for uklarheder er læreren til rådighed.	Eleverne kan med fordel overlades opgaven med at forklare hinanden eventuelle uklarheder.

Lineær Algebra i Planen

Handling (adidaktisk) <i>10 minutter</i>	Læreren observerer eleverne og identificerer grupper, som har svært ved at rangere vektorparrene efter grad af lineær uafhængighed. Læreren kan bryde ind med opklarende eller strukturerende spørgsmål.	Eleverne rangerer på baggrund af en løs diskussion parrene af vektorer fra mindst til mest lineært uafhængige.	Der kan opstå uklarheder i forhold til, hvornår man er "færdig" og kan gå videre. Nogle elever forsøger at give præcise, endelige svar.
Devolution (didaktisk) <i>5 minutter</i>	Eleverne afspiller sammen den anden video	Eleverne lytter og diskuterer eventuelle uklarheder i videoen. Såfremt de ikke lykkes med at redegøre for uklarheder er læreren til rådighed.	Eleverne kan med fordel overlades opgaven med at forklare hinanden eventuelle uklarheder.
Handling (adidaktisk) <i>20 minutter</i>	Læreren observerer eleverne og identificerer grupper, som har svært ved at identificere mål for lineær uafhængighed. Læreren kan bryde ind med opklarende eller strukturerende spørgsmål.	Eleverne introducerer mål for graden af lineær uafhængighed baseret på inspiration fra videoen. Det forventes, at alle grupper finder et eller flere af følgende mål for lineær uafhængighed: 1. Vinklen mellem vektorer. 2. Afstand mellem spidser. 3. Areal af udspændt parallellogram. 4. Forskel på hældning.	I grupper, som har svært ved at komme op med relevante mål, kan opmærksomheden henledes på eksisterende viden, herunder vinkler, afstande, arealer og hældninger.
Formulering (didaktisk) <i>10 minutter</i>	I plenum opsamles elevernes iagttagelser med en beskrivelse af de forskellige mål.	Eleverne lytter og indgår aktivt i en plenumsdiskussion.	Det er vigtigt, at få så mange forskellige mål på tavlen, som muligt. Det er vigtigt, at vi opnår en præcis beskrivelse af samtlige mål. Så vidt muligt opfordres eleverne til både at give en verbal/visuel beskrivelse samt en formel for deres mål.

Handling (adidaktisk) <i>15 minutter</i>	Med udgangspunkt i de introducerede mål sendes eleverne tilbage i grupperne for at vurdere hvert enkelt mål.	Eleverne argumenterer for og imod brugen af de forskellige mål. Det forventes, at eleverne har iagttagelser som Afstanden mellem spidser er dårlig for vektorer med samme retning, men forskellig længde. Afstanden mellem spidser er dårlig for vektorer, der peger i stik modsat retning. Vinklen mellem vektorer skal måles som afstand til 0 eller 180 grader. Arealet af udspændt trekant tager afhænger af vektorernes længde.	Det er realistisk, at samtlige elever ræsonnerer gennem eksempler. De dygtigste elever kan opfordres til at bevise, at præcisere og forbedre mål, som umiddelbart er lette at kritisere (eks. afstand mellem spidser, vinkel mellem vektorer)
Validering / Institutionalisering (didaktisk) <i>25 minutter</i>	I plenum samles hele sessionens iagttagelser og hvert enkelt mål vurderes. Diskussionen afsluttes med en perspektivering til 3d eller ligningssystemer.	Eleverne lytter og indgår aktivt i en plenumsdiskussion.	At relatere til ligningssystemer giver eleverne en oplevelse af anvendelighed og kontekst i forhold til eksisterende viden. At generalisere til 3d giver mulighed for at formulere og argumentere i højere kompleksitet.

Lineær Algebra i Planen

Mulige veje eleverne vil opnå den tilsigtede viden	- <i>Elever, som har svært ved at abstrahere generelle strategier kan tage udgangspunkt i konkrete figurer til at undersøge lineær uafhængighed og herefter opfordres til at generalisere.</i>
Evalueringsværktøjer	
Liste over yderligere materialer	- <i>Videopræsentation af mulige variationer og perspektiveringer.</i>