

Tallene som Byggesten

Forfatter	<i>Mads Friis Frand-Madsen, TalentCampDK</i>
Tilsigtede viden	<i>Målet er, at eleverne opdager begrebet (største) fælles divisor samt opnår en visuel, induktiv og eventuelt formel forståelse af Bezout's Identitet eller lignende resultater.</i>
Bredere kompetencemål	<i>Det bredere fagfaglige formål er at opnå en dybere forståelse af begrebet divisor samt de additive grundelementer i heltallene som pendent til primtallene som multiplikative grundelementer i heltallene. Det bredere metodiske formål er at styrke elevernes evne til at formulere præcise iagttagelser, argumentere med udgangspunkt i konkrete og eventuelt abstrakte beskrivelser, og endelig at generere nye spørgsmål på baggrund af simple strukturer og hidtidig erfaring med miljøet.</i>
Nødvendige matematiske forudsætninger	<i>Eleverne ved, hvordan man adderer og multiplicerer.</i>
Niveau	<i>1.g</i>
Tid	<i>3 lektioner (45 min)</i>
Materialer til rådighed	<i>Fysiske pinde i forskellige farver i forskellige længder. Papir og farvede penne.</i>
Problemstilling: <i>Du præsenteres for et antal samlinger af pinde af forskellige længder. To eller flere pinde kan lægges i forlængelse af hinanden og dermed udgøre nye pinde af nye længder. Hvilke pindelængder kan konstrueres ved at kombinere pinde af blot to længder x og y?</i>	

Fase	Lærerens handlinger inklusiv instruktioner	Elevernes handlinger og reaktioner	Observationer fra implementeringen
Devolution (didaktisk) <i>5 minutter</i>	Læreren forklarer opsætningen med pinde af forskellige længder, og hvordan pinde kan lægges i forlængelse af hinanden med henblik på at opnå nye pinde af nye længder. Læreren henleder elevernes opmærksomhed på spørgsmålet: <i>"Hvilke pindelængder man man opnår ved at lægge pinde af længde x og y i forlængelse af hinanden?"</i> Arbejd sammen i par og undersøg spørgsmålet med henblik på at forklare jeres iagttagelser senere. Alle par gives pinde af forskellige længder.	Eleverne lytter og forstår relevansen af problemstillingen. Eleverne bør have mulighed for at stille afklarende spørgsmål for at kunne forstå problemstillingen.	Det kan virke forvirrende på svagere elever, at ikke alle har præcis den samme opgave (forskellige pindelængder i alle grupper). Særligt i den senere formuleringsfase, kan det være svært for denne gruppe at forholde sig til andre gruppers iagttagelser, eftersom de ikke selv har været igennem de relevante overvejelser.
Handling (adidaktisk) <i>20 minutter</i>	Læreren observerer og noterer elevernes tilgang til problemstillingen. Her opnår læreren indsigt i elevernes forudsætninger. Det er vigtigt, at læreren ikke giver ledetråde til grupperne og undgår at interagere med dem, dog undtagelsesvist, hvis der er behov for opklarende spørgsmål til den stillede opgave.	Grupperne starter med at bygge pinde af forskellige længder og noterer deres svar. Nogle elever vil forlade de fysiske pinde og i stedet tegne abstrakte repræsentationer. Da eleverne arbejder i par vil der opstå behov for adidaktisk formulering.	Eleverne er i stand til selvstændigt at gå i gang med opgaven. De har tendens til at gå ud af tangenter; eksempelvis <i>"hvad er den mest effektive måde at bygge pindelængder på?"</i> Eleverne oplever det som forvirrende, at de ikke alle har haft den samme opgave / kommet frem til den samme konklusion.

Tallene som Byggesten

Formulering og validering (didaktisk og adidaktisk) <i>20 minutter</i>	Forud for formuleringsfasen optegnes et skema, hvori eleverne kan indikere hvilke nye længder, der kan konstrueres, ikke kan konstrueres og måske kan konstrueres. Eleverne bedes herefter udfylde skemaet på tavlen. Udvalgte grupper præsenterer og forklarer deres formodning underbygget af argumentation baseret på det konkrete tilfælde.	Eleverne deler deres resultater og udvalgte grupper præsenterer deres løsninger.	Der skal bruges relativt lang tid på at få eleverne til at acceptere og forstå andre gruppers iagttagelser.
Devolution (didaktisk) <i>5 minutter</i>	Med udgangspunkt i diskussionen gives følgende opfordring <i>"Diskuter med din makker hvilke forskelle og hvilke ligheder, der er mellem jeres situation og nogle af de andre pars situation. Sammenlign gerne alle situationenerne."</i> Eleverne skal rapportere deres iagttagelser efter 5 minutter.	Eleverne lytter. Igen bør det sikres, at alle forstår, hvad de skal.	
Handling (adidaktisk) <i>20 minutter</i>	Læreren cirkulerer rundt i klasserummet og observerer, hvad grupperne har noteret og diskuteret.	Eleverne får udpeget ligheder og forskelle i arbejdet med at forstå deres egen løsning.	
Formulering (didaktisk) <i>20 minutter</i>	I plenum formuleres forskelle og ligheder mellem de forskellige situationer. Det forventes, at eleverne grupperer scenarier, hvor alle pindelængder kan konstrueres, og scenarier, hvor kun nogle pindelængder systematisk ikke kan konstrueres. Det formodes, at udsagn der ligger tæt på Bezout's Identitet formuleres.	Eleverne formulerer ligheder og forskelle med udgangspunkt i deres eget tilfælde. De kan også pege på nogle mangler i deres eller andres konklusion.	

Tallene som Byggesten

Institutionalisering (didaktisk) <i>20 minutter</i>	Der gives en opsummering af alle relevante iagttagelser fra lektionen. Begrebet fælles divisor introduceres med vægt på største fælles divisor. Endelig gives et delvist eller fuldstændigt bevis for en Bezout-lignende sætning.	Eleverne lytter og genkender deres egen strategi i forhold til definitionen af fælles divisor og argumentet for resultater, som minder om Bezout's identitet.	
Devolution (didaktisk) <i>15 minutter</i>	Med udgangspunkt i miljøet bestående af pindene med forskellig længde henledes elevernes opmærksomhed på, hvilke spørgsmål man ellers kunne formulere. Eleverne gøres opmærksom på, at det kan involvere dels en ændring i præmisserne for vores hidtidige aktivitet, dels en ændring af spørgsmålet vedrørende pinde.	Eleverne lytter først. Der skal være mulighed for, at eleverne kan stille spørgsmål til, hvad der menes med præmisser og nye spørgsmål. Herefter indgår eleverne i plenumsdiskussion om formulering af nye spørgsmål.	Det formodes, at eleverne foreslår at konstruere længder ved at trække pindelængder fra hinanden samt bygge andre figurer end blot pinde. Det er vigtigt at anerkende elevernes forslag uden at validere "gode" og "dårlige" spørgsmål. Blandt typiske spørgsmål er følgende Hvad er den mest effektive måde at bygge en given længde på? På hvor mange forskellige måder kan man bygge en given længde? Hvilke andre figurer kan man bygge? Trekanter, firkanter, osv.

Tallene som Byggesten

Mulige veje eleverne vil opnå den tilsigtede viden	- Ved at bygge med pindene producerer eleverne selv de mønstre, som de senere skal redegøre for. De kan således prøve sig frem.
Evalueringsværktøjer	- Øvelse, som er omstændig at udføre uden Bezout's Identitet. Eksempelvis: Afgør, om man kan bygge et linjestykke af længde 731 af pinde af længde 16 og 31, et linjestykke af længde 731 af pinde af længde 9 og 21.
Liste over yderligere materialer	- Videoer

x	y	Nye længder	Umulige længder	Kan (måske) konstrueres
2	3			
2	4			
2	5			
3	4			
3	5			
3	6			
4	5			
4	6			
4	7			
5	6			
5	7			
6	8			
6	9			